



AKILLI İÇERİK OLMADAN;

AKILLI TAHTA,

TEKNOLOJİK BİR TAHTA

OLMAKTAN

ÖTEYE GEÇEMEZ..!

**a** akıllı ders defteri  
akıllı tahta içeriği

**ELFi** YAYINCILIK  
Elmas Fikirler



## YAYIN KURULU

### Hazırlayanlar

Halit Tansel SATAN, Tolga TANIŞ, Simay AYDIN

## YAYINA HAZIRLAYANLAR KURULU

### Kurumsal Yayınlar Yönetmeni

Saime YILDIRIM

### Kurumsal Yayınlar Birimi - Dizgi & Grafik

Mustafa Burak SANK & Ezgi GÜLER & Meltem TEMEL

Sumru ALMACAK & Gamze KAYA & Pınar KORKMAZ

Yasin ÇELEBİ & Reyhan KARAHASANOĞLU

### Baskı - Cilt

Neşe Matbaacılık Yayıncılık Sanayi ve Tic. A.Ş.

Adres:Akçaburgaz Mh. Mehmet Deniz Kopuz Sk. No:17

3.Bodrum Esenyurt / İSTANBUL

Yayıncı Sertifika No: 32077

Matbaa Sertifika No: 22861

ISBN: 978-605-9213-52-3

İstanbul - 2015

Bu eserin her hakkı saklı olup tüm hakları Elfi Yayıncılık'a aittir. Kısmi de olsa alıntı yapılamaz, metin ve soruları aynen değiştirilerek elektronik, mekanik, fotokopi ya da başka bir sistemle çoğaltılamaz, depolanamaz.

Copyright © Tüm Hakları Saklıdır.

12.SINIF

# MATEMATİK

AKILLI DERS DEFTERİ

# Defterlerimizi Tanıyalım



## Neler Öğreneceğim?

Ünite konularının belirtilerek soru tarzında öğrencinin ilgisini çekecek şekilde yazıldığı bölümdür.



## Örnek

Konu ile ilgili verilen örnekler bölümüdür.



## Dikkat

Konu ile ilgili dikkat edilmesi gereken, uyarılar, notlar vb.



## Notlarım

Öğrencinin akıllı defter üzerinde not tutması için ayrılan bölümlerdir.



## Çöz Öğren

Derste işlenen konuların öğrenilip pekiştirilmesi için öğrencilerin çözeceği açık uçlu veya çoktan seçmeli sorulardır.



## Haydi Sen Yap

Derste işlenen konular ile ilgili öğrencilerin bireysel, arkadaşlarıyla veya ailesiyle birlikte gerçekleştirebileceği ders dışı müze önerisi, roman tavsiyesi, atölye çalışması, bilimsel çalışmalar, vb. içeriklerin yer aldığı hareketli kutudur.

# Defterlerimizi Tanıyalım



## Bunları Biliyor Musun?

Konu ile ilgili gerçek hayattan merak uyandıracak ilginç bilgiler bölümüdür.



## Etkinlik Sayfam

Ders esnasında öğrencilerin bireysel veya grupta çalışacağı konu ile ilgili üst düzey düşünme becerileri kazandıran çalışma sayfasıdır.



## Ne Kadar Öğrendim?

İlgili ünitedeki bölümleri veya konuları öğrencinin ne kadar öğrendiğini test edecek açık uçlu ve çoktan seçmeli sorulardan oluşan bölümdür.



## Biraz Ara Verelim

Konu ile ilgili oyun, bulmaca, zeka soruları vb. eğlence köşeleridir. Ünite sonunda veya konu aralarında olabilir.



## Ünite Özetim

Ünitenin sonunda yer alan üniteyi özetleyen kavram ağlarıdır.



## Ünite Değerlendirme

Ünite sonunda ilgili üniteye tüm bölümleri ve konu / kavramları içerecek şekilde klasik ve / veya test türündeki soruları içeren bölümdür.

## İÇİNDEKİLER

### 1. ÜNİTE : FONKSİYONLAR

<b>Fonksiyonlar</b>	<b>10</b>
Fonksiyonlarda Değer Bulma	11
<b>Fonksiyon Çeşitleri</b>	<b>14</b>
Sabit Fonksiyon	14
Birim (Özdeşlik) Fonksiyon	15
Birebir Fonksiyon	15
Örten Fonksiyonlar	15
Tek ve Çift Fonksiyonlar	16
Doğrusal Fonksiyon	17
<b>Fonksiyonların Tersi ve Tersinin Bulunması</b>	<b>19</b>
Bir Fonksiyonun Tersinin Bulunması	20
<b>Ne Kadar Öğrendim</b>	<b>23</b>
Bileşke Fonksiyon	25
Bileşke Fonksiyonun Özellikleri	26
<b>Fonksiyon Grafikleri</b>	<b>27</b>
<b>Bazı Özel Fonksiyonların Grafikleri</b>	<b>30</b>
Doğru Grafiği	30
II. Dereceden Fonksiyonların Grafikleri	30
Üstel Fonksiyonun Grafiği	32
Logaritma Fonksiyonunun Grafiği	32
$y = \frac{k}{x}$ Tipindeki Eğrilerin Grafikleri	33
<b>Özel Tanımlı Fonksiyonlar</b>	<b>34</b>
Parçalı Fonksiyon ve Grafiğinin Çizimi	34
<b>Mutlak Değer Kavramı</b>	<b>36</b>
Mutlak Değerin Tanımı	36
Mutlak Değerin Özellikleri ve Uygulamaları	36
<b>Ne Kadar Öğrendim</b>	<b>38</b>
Mutlak Değer Fonksiyonu ve Grafiği	40
Mutlak Değerli Denklemler ve Eşitsizlikler	42
<b>Fonksiyonların En Geniş Tanım Kümesi</b>	<b>47</b>
<b>Ne Kadar Öğrendim</b>	<b>51</b>
<b>Ünite Özetim</b>	<b>52</b>
<b>Ünite Değerlendirme</b>	<b>56</b>

### 2. ÜNİTE : LİMİT VE SÜREKLİLİK

<b>Limit</b>	<b>64</b>
Yaklaşma ve Limit Kavramı	64
Bir Fonksiyonun Bir Noktadaki Sağdan Limiti	64
Bir Fonksiyonun Bir Noktadaki Soldan Limiti	64
<b>Uç Noktalarda Limit</b>	<b>66</b>
<b>Limit Değerinin Bulunması</b>	<b>67</b>
<b>Limit İle İlgili Özellikler</b>	<b>67</b>
<b>Özel Tanımlı Fonksiyonların Limiti</b>	<b>69</b>
Parçalı Fonksiyonların Limiti	69
Mutlak Değer Fonksiyonun Limiti	70

## İÇİNDEKİLER

Genişletilmiş Reel Sayılar Kümesi	71
Sonsuzla İşlemler	73
Trigonometrik Fonksiyonların Limiti	75
Ne Kadar Öğrendim	80
Belirsizlik Durumları	81
$\frac{0}{0}$ Belirsizliği	81
$\frac{\infty}{\infty}$ Belirsizliği	84
$\infty - \infty$ Belirsizliği	87
$0 \cdot \infty$ Belirsizliği	88
Ne Kadar Öğrendim	89
Dizinin Limiti	90
Sonsuz Geometrik Dizi	93
Süreklilik	97
Kapalı Bir Aralıkta Sürekli Fonksiyonların Özellikleri	102
Ne Kadar Öğrendim	106
Ünite Özetim	107
Ünite Değerlendirme	112

### 3. ÜNİTE : TÜREV

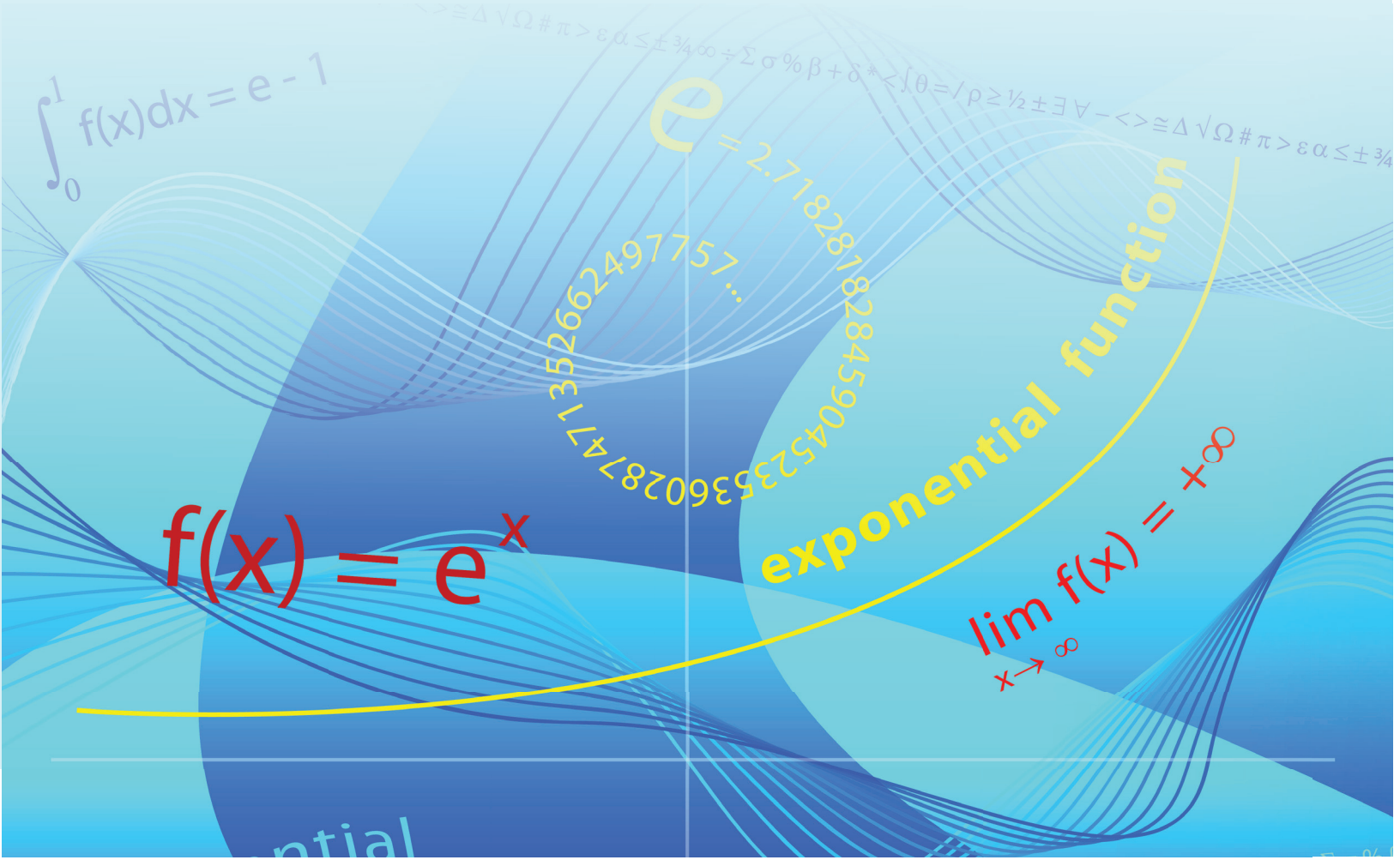
Türev	120
Genel Türev Tanımı	120
Bir Fonksiyonun Bir Noktadaki Sağdan ve Soldan Türevi	121
Süreklilik Türev İlişkisi	122
Kırılma Noktası	122
Türev Alma Kuralları	123
Sabit Fonksiyonun Türevi	123
$y = x^n$ Fonksiyonunun Türevi	123
İki Fonksiyonun Toplamının Türevi	124
İki Fonksiyonun Çarpımının Türevi	126
İki Fonksiyonun Bölümünün Türevi	127
Ne Kadar Öğrendim	128
$y = u^n$ Türündeki Fonksiyonların Türevi	129
Özel Tanımlı Fonksiyonların Türevi	131
Bileşke Fonksiyonun Türevi	133
Logaritma Fonksiyonunun Türevi	135
Üstel Fonksiyonun Türevi	137
Trigonometrik Fonksiyonların Türevi	138
Ne Kadar Öğrendim	143
Ters Fonksiyonun Türevi	144
Ters Trigonometrik Fonksiyonların Türevi	145
Türevde Zincir Kuralı	147
Parametrik Fonksiyonların Türevi	148
Kapalı Fonksiyonların Türevi	149
Yüksek Basamaktan Türev	150
Limit Hesaplarında Belirsizlik Durumları (L' Hospital Kuralı)	151

## İÇİNDEKİLER

Türevin Fiziksel Yorumu	156
<b>Ne Kadar Öğrendim</b>	<b>158</b>
<b>Türevin Geometrik Yorumu</b>	<b>159</b>
Bir Fonksiyonun Grafiğinin Bir Noktadaki Teğetinin ve Normalinin Eğimi	159
Eğim İle İlgili Yardımcı Bilgiler	159
Bir Fonksiyonun Grafiğinin Bir Noktadaki Teğetinin Denklemi	162
Bir Fonksiyonun Grafiğinin Bir Noktadaki Normalinin Denklemi	163
<b>Artan ve Azalan Fonksiyonlar</b>	<b>167</b>
<b>Ekstremum Noktalar</b>	<b>171</b>
<b>II. Türevin Geometrik Anlamı</b>	<b>177</b>
Eğrilik Yönünün Tespiti	177
Dönüm (Büküm) Noktası	179
Maksimum Ve Minimum Problemleri	183
Bir Polinomun Katlı Kökleri Ve Türev Arasındaki İlişki	187
Fonksiyonların Grafikleri	188
Polinom Fonksiyonların Grafikleri	188
Rasyonel Fonksiyonların Grafikleri	191
Rasyonel Fonksiyonların Grafik Çizimi	195
<b>Ne Kadar Öğrendim</b>	<b>199</b>
<b>Ünite Özetim</b>	<b>202</b>
<b>Ünite Değerlendirme</b>	<b>209</b>
<b>4. ÜNİTE : İNTEGRAL</b>	
<b>Diferansiyel Kavramı</b>	<b>220</b>
<b>Belirsiz İntegral</b>	<b>221</b>
Belirsiz İntegralin Özellikleri	221
İntegral Alma Kuralları	224
<b>Ne Kadar Öğrendim</b>	<b>231</b>
İntegral Alma Yöntemleri	232
Rasyonel Fonksiyonların İntegrali	238
Kısmi İntegral Yöntemi	245
<b>Ne Kadar Öğrendim</b>	<b>246</b>
<b>Belirli İntegral</b>	<b>248</b>
Belirli İntegralin Özellikleri	250
Riemann İntegrali	254
Özel Tanımlı Fonksiyonların İntegrali	255
İntegral Hesabının Temel Teoremi	257
<b>Ne Kadar Öğrendim</b>	<b>258</b>
<b>İntegrallerle Alan Hesabı</b>	<b>259</b>
Eğri Altında Kalan Alan	259
İki Eğri Arasında Kalan Alan	267
<b>Dönel Cisimlerin Hacim Hesabı</b>	<b>272</b>
<b>Ne Kadar Öğrendim</b>	<b>276</b>
<b>Ünite Özetim</b>	<b>278</b>
<b>Ünite Değerlendirme</b>	<b>285</b>

# Ünite 1

## FONKSİYONLAR

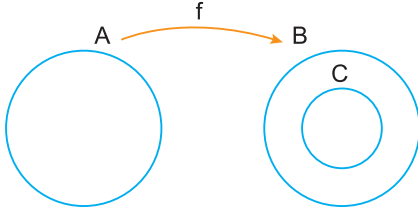


### Neler Öğreneceğim?

1. Fonksiyonlarda nasıl değer bulunur?
2. Fonksiyon çeşitleri nelerdir?
3. Fonksiyonların tersi nasıl bulunur?
4. Bileşke fonksiyon ve bileşke fonksiyonunun özellikleri nedir?
5. Fonksiyon ve bazı özel fonksiyonların grafikleri nasıl çizilir?
6. Parçalı fonksiyon nedir? Grafiği nasıl çizilir?
7. Mutlak değer fonksiyonu nedir? Grafiği nasıl çizilir?
8. Fonksiyonların en geniş tanım kümesi nasıl bulunur?

**Fonksiyonlar**

Boştan farklı A ve B kümeleri için, A'nın her bir elemanını B'nin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen f bağıntısına A dan B ye bir fonksiyon denir.



A kümesi, ..... kümesidir.  
 B kümesi, ..... kümesidir.  
 C kümesi, ..... kümesidir.

**Çöz Öğren**

$A = \{1, 2, 3\}$  ve  $B = \{a, b, c\}$  olmak üzere, aşağıdaki bağıntılardan kaç tanesi A dan B ye bir fonksiyondur?

- $\beta_1 = \{(1, a), (2, b), (3, c)\}$
- $\beta_2 = \{(1, a), (1, b), (1, c)\}$
- $\beta_3 = \{(1, b), (2, b), (3, b)\}$
- $\beta_4 = \{(1, a), (2, b), (3, a)\}$

Empty grid for writing answers.

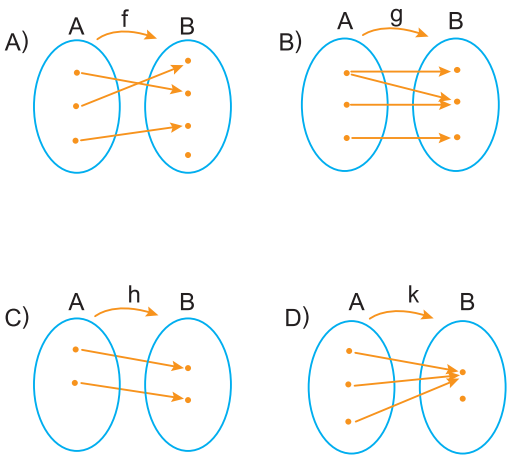
**Notlarım**

Large empty grid for notes.

**Dikkat**  
 A dan B ye tanımlı bir bağıntının fonksiyon olabilmesi için, ..... ve ..... olması gerekir.

**Çöz Öğren**

Aşağıda verilen bağıntılardan fonksiyon olanları bulunuz.



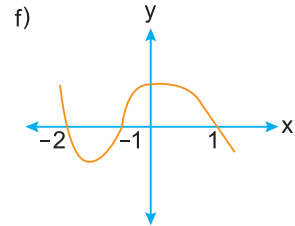
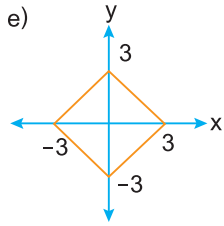
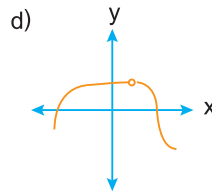
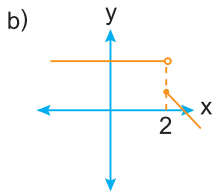
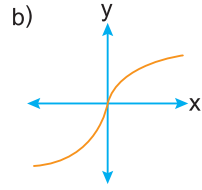
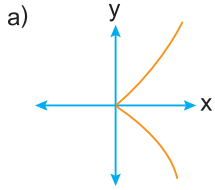
Empty grid for identifying functions.

**Dikkat**  
 x eksenine çizilen dikmeler grafiği ..... noktada kesiyorsa, verilen bağıntı grafiği bir fonksiyondur.



Çöz Öğren

Aşağıda grafikleri verilen bağıntıların kaç tanesi R den R ye bir fonksiyondur?



Empty grid area for writing answers to the first question.



Notlarım

Large empty grid area for taking notes.



Çöz Öğren

$$A = \{-1, 0, 1, 2\}$$

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow y = f(x)$$

$f(x) = x^2 - 2x + 3$  fonksiyonu için,  $f(A)$  kümesini bulunuz.

Empty grid area for solving the first problem.

Fonksiyonlarda Değer Bulma



Çöz Öğren

$$f(x + 1) = 3x + 5$$

olduğuna göre,  $f(5) + f(7)$  toplamını bulunuz.

Empty grid area for solving the second problem.



Çöz Öğren

$$f(x) = 3^x + 2$$
 olduğuna göre,

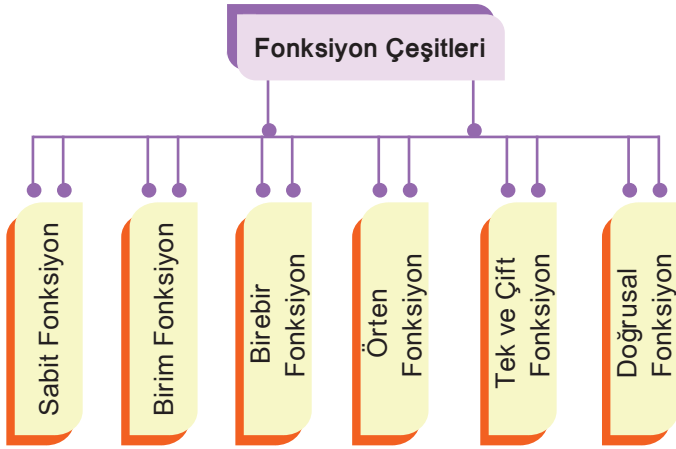
$f(x-2)$  fonksiyonunu bulunuz.

Empty grid area for solving the third problem.



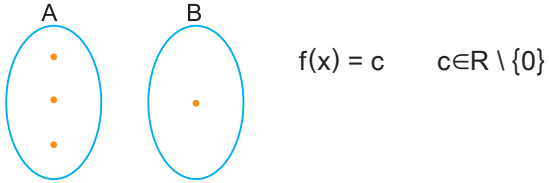


Fonksiyon Çeşitleri

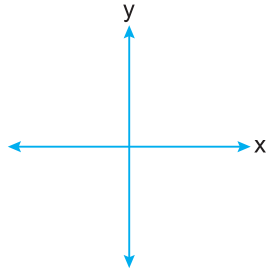


1) Sabit Fonksiyon

..... kümesindeki her elemanı, .....  
..... kümesindeki yalnız bir elemana eşleyen fonksiyona sabit fonksiyon denir.



$f(x) = c$  fonksiyonunun grafiği



Dikkat

Sabit fonksiyonun denklemleri x'ten (değişken-  
den) bağımsızdır.  
 $f(x) = 5$  fonksiyonunun grafiği,



Notlarım



Çöz Öğren

$f(x)$  sabit bir fonksiyondur.

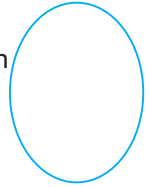
$$f(x) = (m-3)x^3 + (n+2)x + m.n$$

olduğuna göre,  $f(m) + n$  toplamını bulunuz.



Dikkat

$$f(x) = \frac{a.x + b}{c.x + d} \text{ Sabit fonksiyon}$$



Çöz Öğren

$$f(x) = \frac{16x + m}{2 + 8x}$$

sabit fonksiyon olduğuna göre,  $f(m) + m$  toplamını bulunuz.







Çöz Öğren

Aşağıda verilen fonksiyonların tek yada çift olduklarını belirleyiniz.

- a)  $f(x) = x^3$
- b)  $f(x) = 2x^4 - x^6$
- c)  $f(x) = \cos x$
- d)  $f(x) = \sin x$
- e)  $f(x) = \cos x + \sin x$



Çöz Öğren

$f(x)$  tek fonksiyon olmak üzere,

$$4f(x) - 2f(-x) = 6x^3 - 12x$$

olduğuna göre,  $f(-1)$  değerini bulunuz.



Notlarım



Çöz Öğren

$f(x)$  çift fonksiyon olmak üzere,

$$5f(x) - f(-x) = 4x^2 - 8$$

olduğuna göre,  $f(3)$  değerini bulunuz.



Dikkat

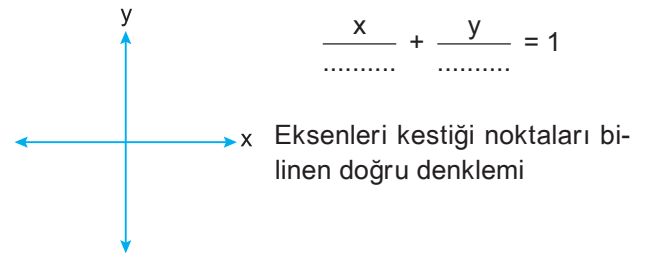
- Tek Fonksiyonların grafikleri orijine göre simetriktir.
- Çift Fonksiyonların grafikleri y eksenine göre simetriktir.

6) Doğrusal Fonksiyon

$a, b \in \mathbb{R}$  ve  $a \neq 0$  olmak üzere,

$f(x) = \dots\dots\dots$  fonksiyonuna doğrusal fonksiyon denir.

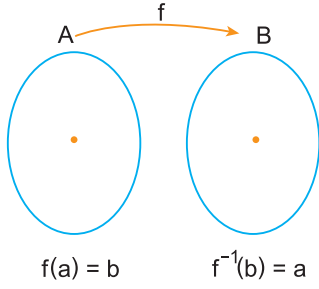
Düzlemdeki grafiği  $\dots\dots\dots$  şeklindedir.





**Fonksiyonların Tersi ve Tersinin Bulunması**

$f : A \rightarrow B$  birebir ve örten fonksiyon olmak üzere,  
 ..... den ..... ya  
 tanımlanan fonksiyona  $f$  nin tersi denir.  
 ..... ile gösterilir.  
 $f(a) = b$  olsun.  
 $a =$  .....



**Çöz Öğren**

$f(x + 2) = 3x$

olduğuna göre,  $f^{-1}(-12)$  değerini bulunuz.



**Notlarım**



**Çöz Öğren**

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tanımlı birebir ve örten fonksiyondur.

$f^{-1}(x) = x^3 + 13$

olduğuna göre,  $f(21)$  değerini bulunuz.



**Çöz Öğren**

$f(4x - 1) = x+4$

$f^{-1}(a+3) = 7$

olduğuna göre,  $a$  değerini bulunuz.







**Dikkat**

$$f : \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$

•  $x = -\frac{d}{c}$ , .....  
paydasını sıfır yapar.

•  $x = \frac{a}{c}$ , .....  
paydasını sıfır yapar.



**Çöz Öğren**

$f : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{a\}$  tanımlı 1-1 ve örten fonksiyondur.

$$f(x) = \frac{4x+1}{2x-b}$$

olduğuna göre, **a.b çarpımını bulunuz.**



**Notlarım**



**Çöz Öğren**

$\mathbb{R}'$ 'den  $\mathbb{R}'$ 'ye tanımlı

$$f(x) = \frac{2x+8}{x-bx+2}$$

fonksiyonu birebir ve örten olduğuna göre, **f(b) değerini bulunuz.**



**Dikkat**

$f(x) = ax^2 + bx + c$  şeklindeki II. dereceden fonksiyonlar tam kareye dönüştürülerek tersi bulunur.



**Çöz Öğren**

$x < -2$  olmak üzere,

$$f(x) = x^2 + 4x - 7$$

fonksiyonu için,  **$f^{-1}(x)$  fonksiyonunu bulunuz.**



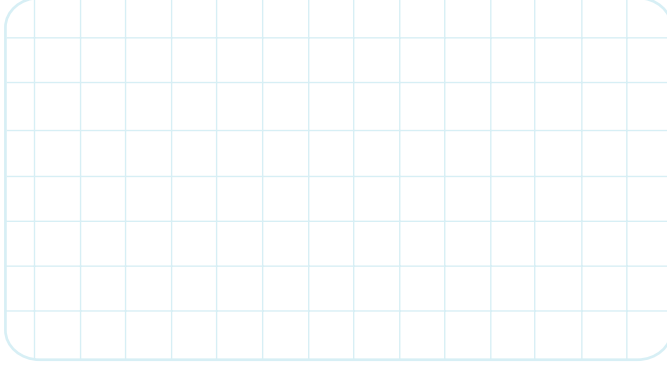
Ne Kadar Öğrendim?

1.  $f : A \rightarrow B$  tanımlı bir fonksiyon ve

$$f(A) = \{9, 28, 65\}$$

$$f(x) = x^3 + 1$$

olduğuna göre,  $A$  kümesini bulunuz.



2.  $f(x + a) = 4x - 9$   
 $f(2) = 3$  olduğuna göre,

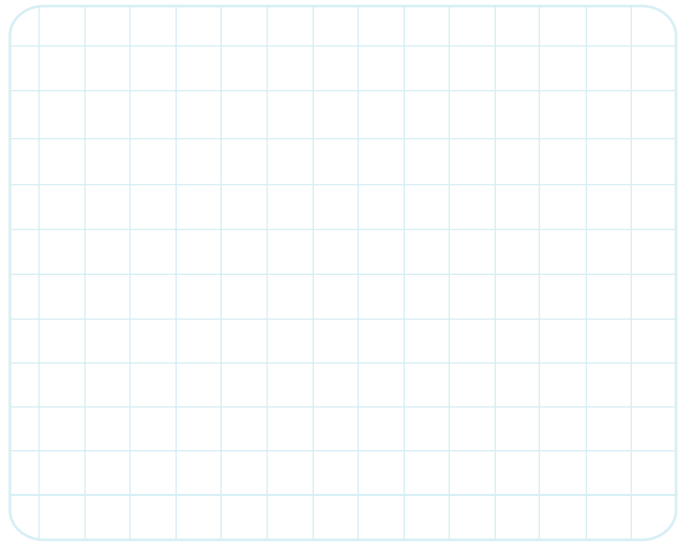
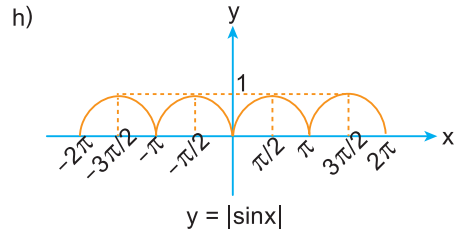
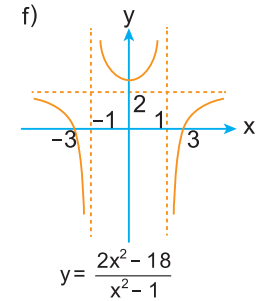
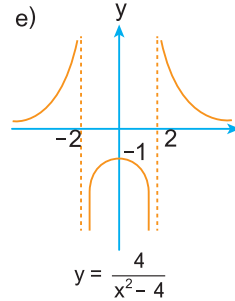
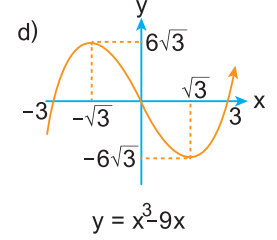
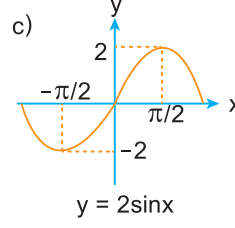
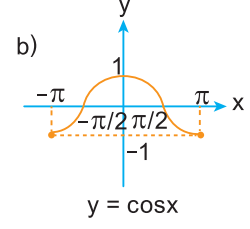
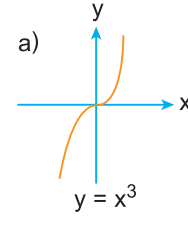
a)  $a$  değerini bulunuz.



b)  $f(5)$  değerini bulunuz.



3. Aşağıda verilen fonksiyon grafiklerine bakarak tek ya da çift fonksiyon olduklarına karar veriniz.







Bileşke Fonksiyonun Özellikleri

1)  $(f \circ f^{-1})(x) = \dots = \dots$

2)  $(f \circ g)(x) \neq \dots$  (değişme özelliği yoktur.)

3)  $(f \circ g)^{-1}(x) = \dots$

4)  $(f \circ g \circ h)^{-1}(x) = \dots$

5)  $(f^{-1})^{-1} = \dots$

6)  $(f \circ I)(x) = \dots = \dots$

7)  $((f \circ g) \circ h)(x) = \dots$

 Çöz Öğren

$$g(x) = x + 8$$


$$(g \circ f)(x) = \frac{x-7}{5}$$

olduğuna göre, **f(2)** değerini bulunuz.

Empty grid for solving the problem.

 Notlarım

Empty grid for notes.

 Çöz Öğren

$$(f \circ g)(x) = \frac{2x + 7}{x - 1}$$

$$g^{-1}(3) = 2$$

olduğuna göre, **f(3)** değerini bulunuz.

Empty grid for solving the problem.

 Çöz Öğren

$$(f \circ g)(x) = 3 \cdot (g \circ f)(x)$$

$$f(x) = 5x - 4$$

olduğuna göre, **g(1)** değerini bulunuz.

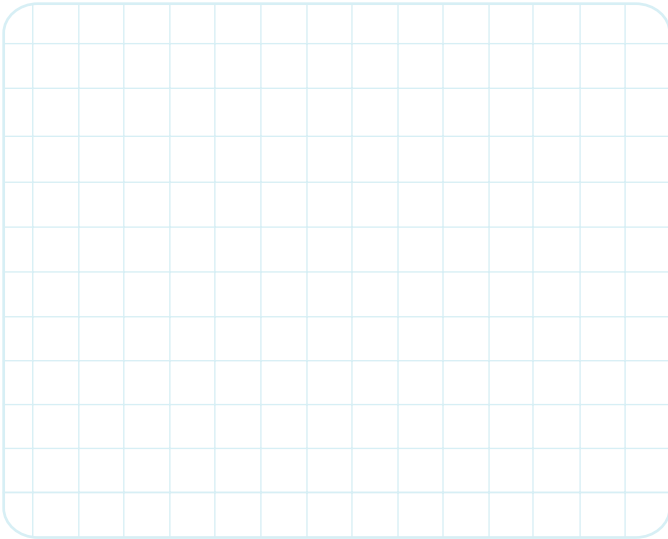
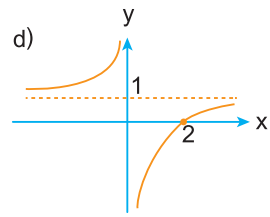
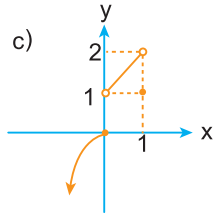
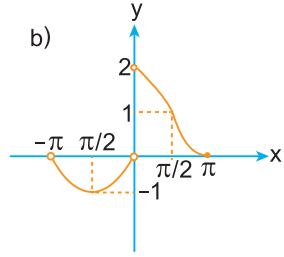
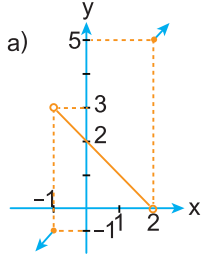
Empty grid for solving the problem.



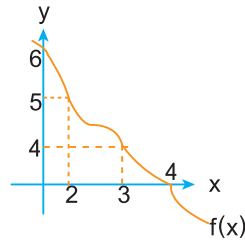


Çöz Öğren

Aşağıda verilen fonksiyon grafiklerine bakarak tanım ve görüntü kümelerini belirleyiniz.



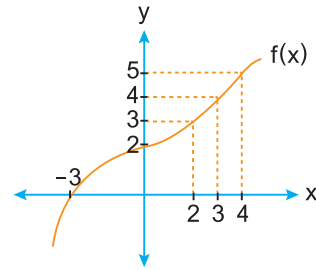
Çöz Öğren



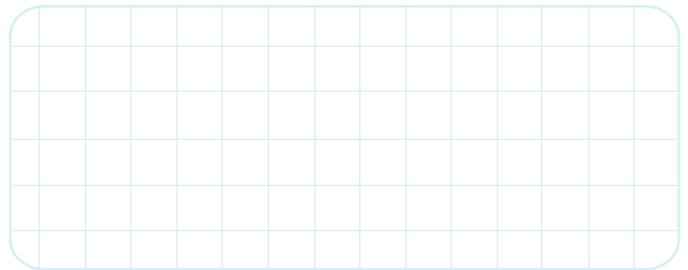
Yandaki şekilde verilenlere göre,  $f(2) + f^{-1}(4) + f(0) + f^{-1}(0)$  toplamını bulunuz.



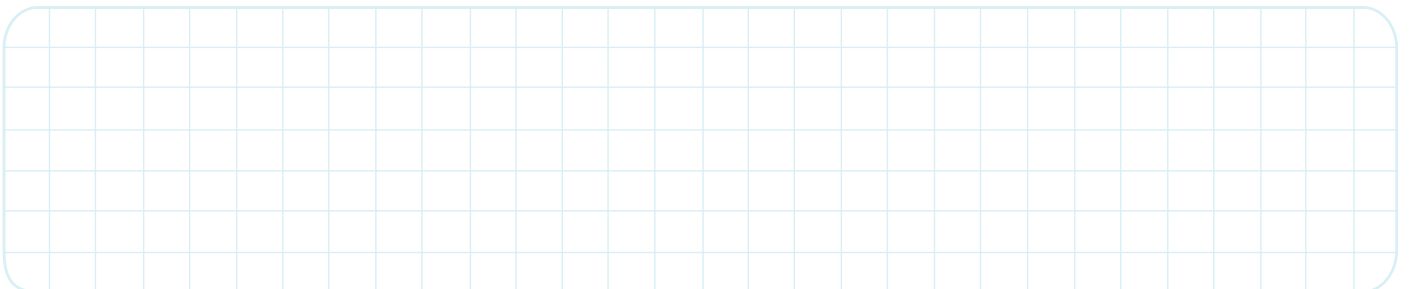
Çöz Öğren



Yukarıdaki şekilde verilenlere göre,  $\frac{(f \circ f \circ f)(-3)}{(f^{-1} \circ f^{-1})(5)}$  değerini bulunuz.

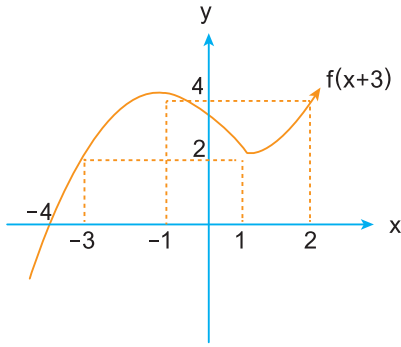


Notlarım





Çöz Öğren



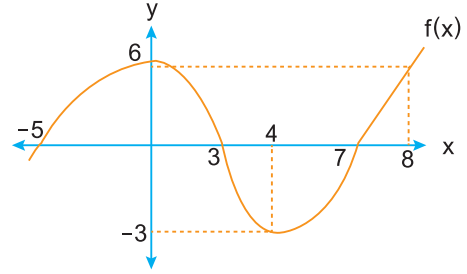
Yukarıdaki şekilde verilenlere göre,  $\frac{f(2) + f(0)}{(f \circ f)(0)}$  değerini bulunuz.



Notlarım



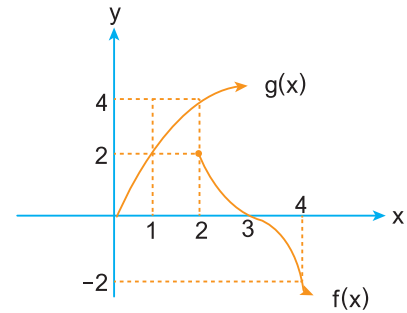
Çöz Öğren



Yukarıdaki şekilde  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.  $(f \circ f)(-5) + f(m) = 3$  olduğuna göre,  $m$  değerini bulunuz.



Çöz Öğren



Yukarıdaki şekilde verilenlere göre,  $\frac{g(1) + (f \circ g)(2)}{f(4) + (f + g)(2)}$  oranını bulunuz.



Bu kökler grafiğin x eksenini kestiği noktalardır.  
Eğer,

$\Delta > 0$  ise ; x eksenini .....

$\Delta < 0$  ise ; x eksenini .....

$\Delta = 0$  ise ; x eksenine .....

• Parabolün kollarının yönü belirlenir.

$a > 0$  ise .....

$a < 0$  ise .....

• Parabolün tepe noktası bulunur.

Parabolün tepe noktasının koordinatları  $T(r, k)$  ile gösterilir.

$$r = -\frac{b}{2a} \quad k = \dots\dots\dots$$



Çöz Öğren

Aşağıda verilen ikinci dereceden fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

•  $y = x^2$

•  $y = x^2 + 2$



Notlarım

•  $y = x^2 - 9$



Çöz Öğren

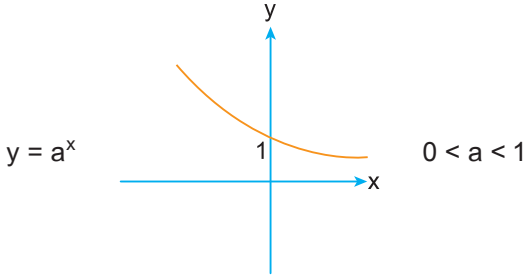
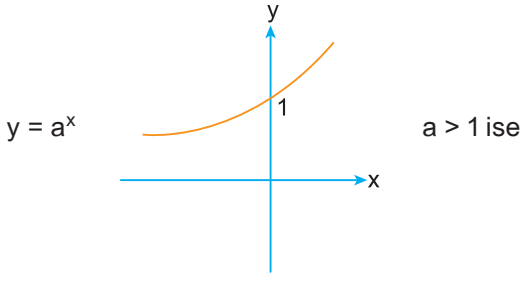
Aşağıda verilen ikinci dereceden fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

•  $y = -x^2$

•  $y = -x^2 - 4$

•  $y = x^2 + 2x - 3$

Üstel Fonksiyonun Grafiği



Çöz Öğren

Aşağıda verilen fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

•  $y = e^x$



•  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

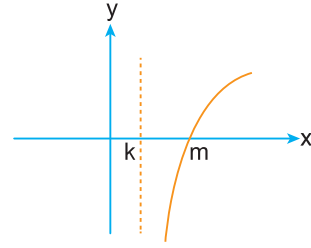


Notlarım

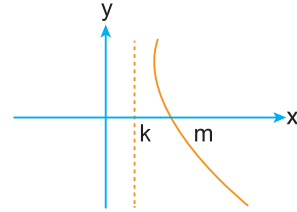
Logaritma Fonksiyonunun Grafiği

$y = \log_a f(x)$

$a > 1$



$0 < a < 1$



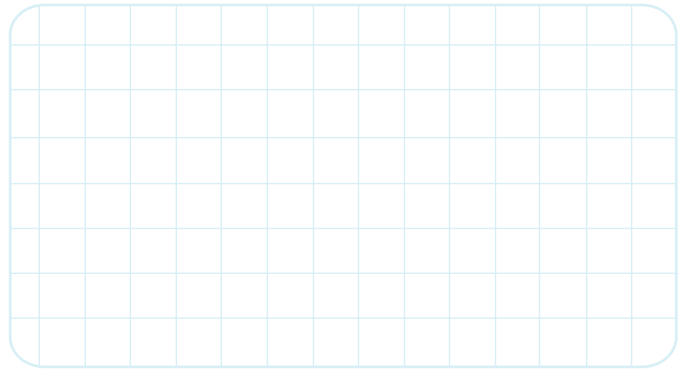
$f(k) = 0$  ve  $f(m) = 1$ 'dir.



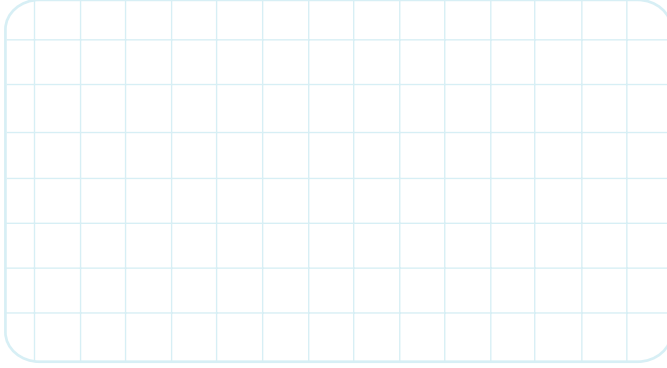
Çöz Öğren

Aşağıda verilen fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

•  $y = \log_3(2x-4)$



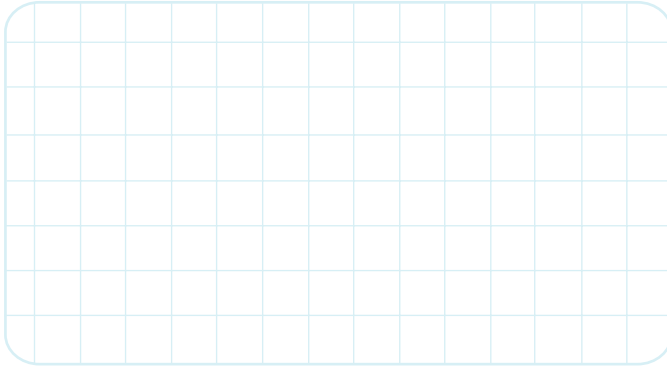
•  $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+4)$



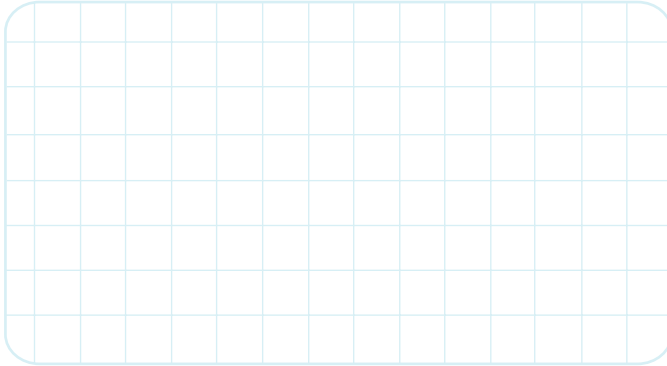
Çöz Öğren

Aşağıda verilen fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

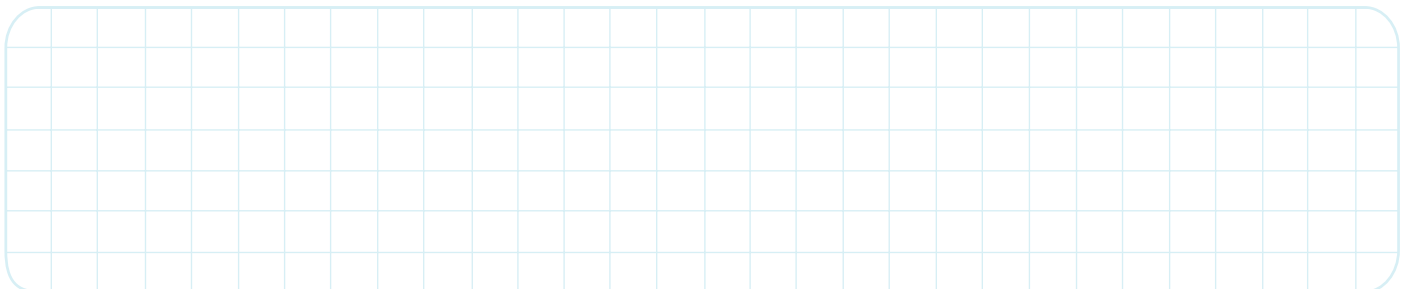
•  $y = \ln x$



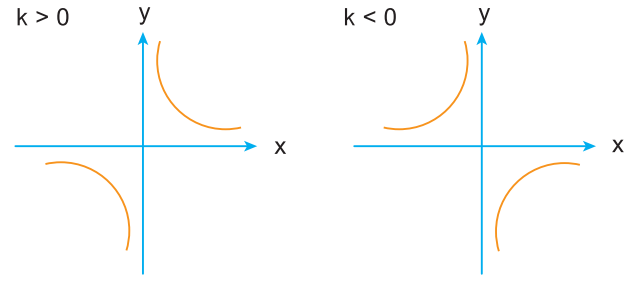
•  $y = \log_2 x$



Notlarım



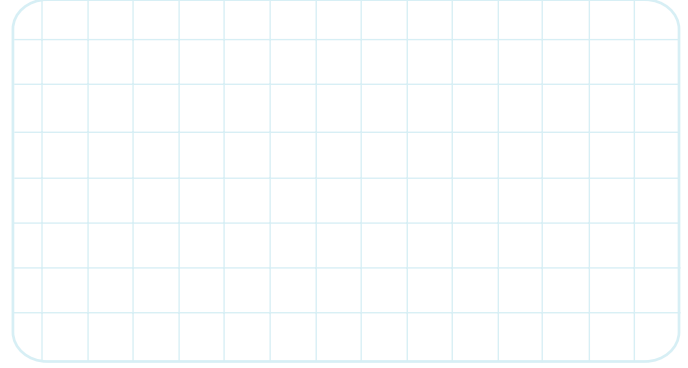
$y = \frac{k}{x}$  Tipindeki Eğrilerin Grafikleri



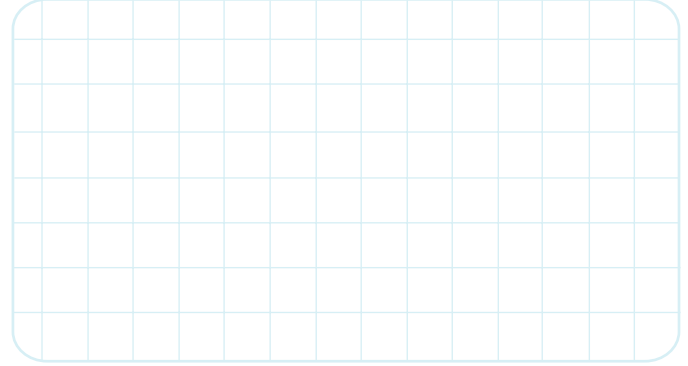
Çöz Öğren

Aşağıda verilen fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

•  $y = \frac{4}{x}$



•  $y = \frac{-2}{x}$



Özel Tanımlı Fonksiyonlar

Parçalı Fonksiyon ve Grafiğinin Çizimi

Tanım kümesinin belli alt aralıklarında farklı birer kuralla tanımlanan fonksiyonlara parçalı fonksiyon denir.

$$y = f(x) = \begin{cases} g(x) & , x \leq a \\ h(x) & , a < x \leq b \\ k(x) & , b < x \end{cases}$$

Alt aralıkların uç noktaları  $x = a$  ve  $x = b$  (parçalandığı noktalar) ..... noktalarıdır.

$g(x)$ ,  $k(x)$  ve  $h(x)$  fonksiyonlarına  $f(x)$  fonksiyonunun dalları denir.



Çöz Öğren

$f$  Reel sayılar kümesinde tanımlı bir fonksiyon ve

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & , x < -2 \\ 3x - 5 & , x \geq -2 \end{cases} \text{ olduğuna göre,}$$

•  $f(2)$  değerini bulunuz.

•  $(f \circ f)(-3)$  değerini bulunuz.



Notlarım



Çöz Öğren

Reel sayılar kümesinde tanımlı  $f$  ve  $g$  fonksiyonları için,

$$f(x) = \begin{cases} 4 & , x \geq 2 \\ x & , x < 2 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x^2 & , x > 1 \\ -x & , x \leq 1 \end{cases}$$

olduğuna göre,

•  $(f \cdot g)(-1)$  değerini bulunuz.

•  $(f+2g)(4)$  değerini bulunuz.



Çöz Öğren

Reel sayılar kümesinde tanımlı  $f$  ve  $g$  fonksiyonları için,

$$f(x) = \begin{cases} 2x & , x < 1 \\ x^2 - 4 & , x \geq 1 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \sin x & , x < e \\ \ln x - 3 & , x \geq e \end{cases}$$

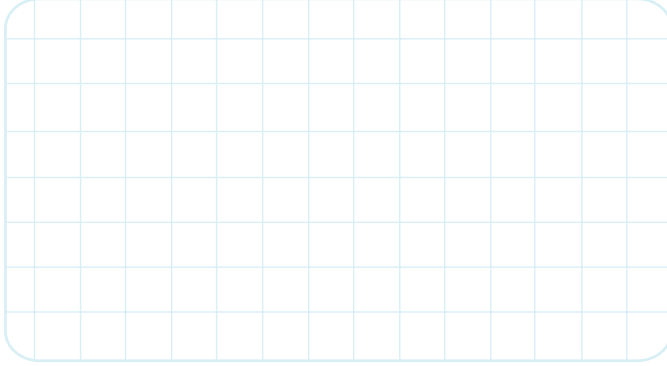
olduğuna göre,  $(f \circ g)(e^2) + (g \circ f)(2)$  ifadesinin değerini bulunuz.



Çöz Öğren

$$f(x) = \begin{cases} x & , x > 1 \\ 1 - x^2 & , x \leq 1 \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

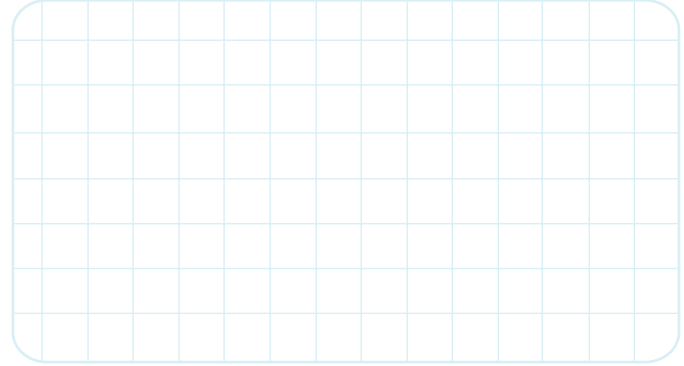


Çöz Öğren

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & , x \geq 1 \\ -x + 2 & , x < 1 \end{cases}$$

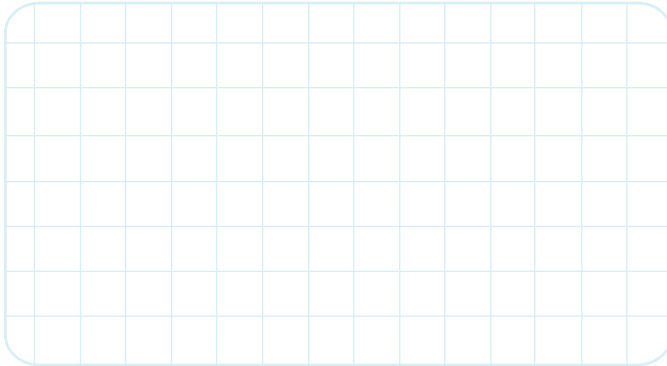
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



Çöz Öğren

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & , x > 0 \\ \frac{1}{2} & , x = 0 \\ x^2 - 1 & , x < 0 \end{cases}$$

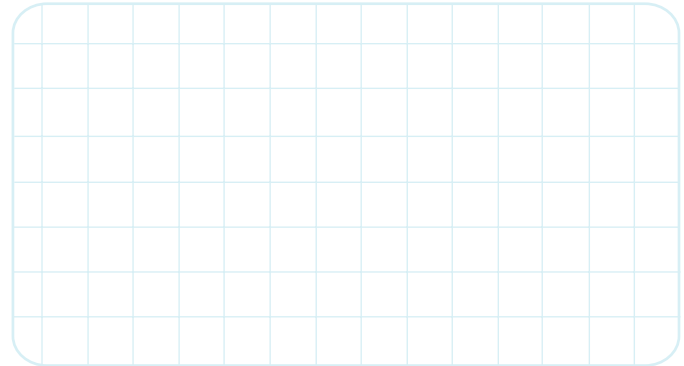
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



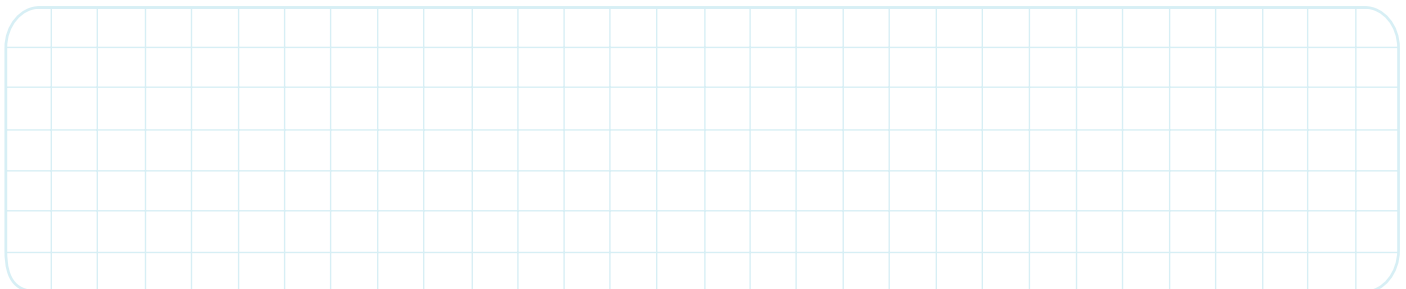
Çöz Öğren

$$f(x) = \begin{cases} -2 & , x < 0 \\ x - 1 & , x \geq 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & , x < 0 \\ x + 1 & , 0 \leq x < 1 \\ 0 & , 1 \leq x \end{cases}$$

olduğuna göre,  $(f + g)(x)$  fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

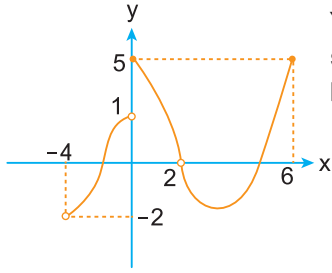


Notlarım





Çöz Öğren



Yanda grafiği verilen  $g$  fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.



Çöz Öğren

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu

$$g(x) = \begin{cases} 3\cos x & , \cos x \geq 0 \\ 0 & , \cos x < 0 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,  $(-\pi, \pi)$  açık aralığının  $g$  altındaki görüntüsünü bulunuz.



Notlarım

■ Mutlak Değer Kavramı

Mutlak Değerin Tanımı

Bir sayının başlangıç noktasına olan uzaklığına, o sayının mutlak değeri denir.  $|\dots|$  ile gösterilir.



$$|x| = \begin{cases} x & , \dots\dots\dots \\ 0 & , \dots\dots\dots \\ -x & , \dots\dots\dots \end{cases}$$

Mutlak Değerin Özellikleri ve Uygulamaları

- 1)  $x \in \mathbb{R} \quad |x| \geq 0$
- 2)  $|-x| = |x|$
- 3)  $|x - y| = \dots\dots\dots$   
 $|2x - y| = |y - 2x| \quad , \quad |x - 2| = |2 - x|$
- 4)  $|x \cdot y| = \dots\dots\dots$   
 $\left| \frac{x}{y} \right| = \dots\dots\dots \quad (y \neq 0)$



Çöz Öğren

$x < 0 < y$  olmak üzere,

$$|3x| - |x - y| + |4y|$$

ifadesinin eşitini bulunuz.



Çöz Öğren

$a < b < 0 < c$  olmak üzere,

$$|c| - |2a + b| + |b - c| + |c - 2a|$$

ifadesinin eşitini bulunuz.



Çöz Öğren

$1 < x < 4$  olmak üzere,

$$|x - 1| + |x - 4| - 5$$

ifadesinin eşitini bulunuz.



Dikkat

$n \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere,

•  $2^n \sqrt{x^{2n}} = \dots\dots\dots$

•  $2^{n+1} \sqrt{x^{2n+1}} = \dots\dots\dots$



Notlarım



Çöz Öğren

$y < 0 < x$  olmak üzere,

$$\sqrt[4]{y^4} - \sqrt{(x - y)^2} - \sqrt[5]{y^5} + \sqrt[4]{x^4}$$

ifadesinin eşitini bulunuz.



Çöz Öğren

$x < 0$  olmak üzere,

$$\sqrt{x^2} + \sqrt[3]{(-x)^3} - \sqrt[4]{(-x)^4} + \sqrt[5]{x^5}$$

ifadesinin eşitini bulunuz.



Çöz Öğren

$x < |x|$  olduğuna göre,

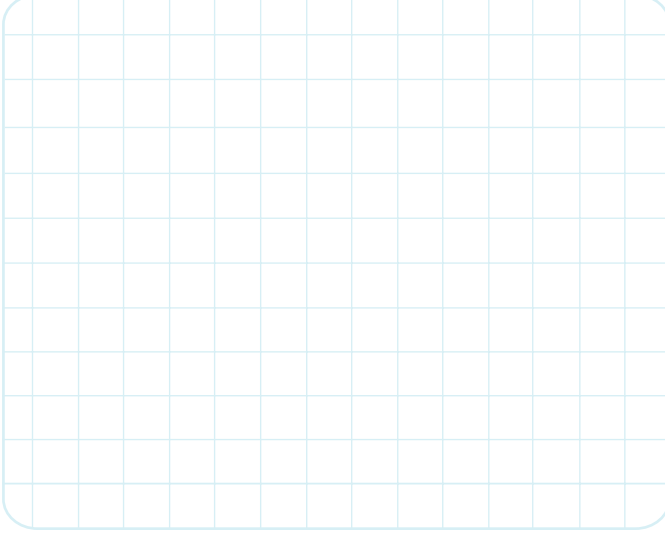
$$\sqrt{x^2 - 4x + 1} + |x + |x - 3||$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

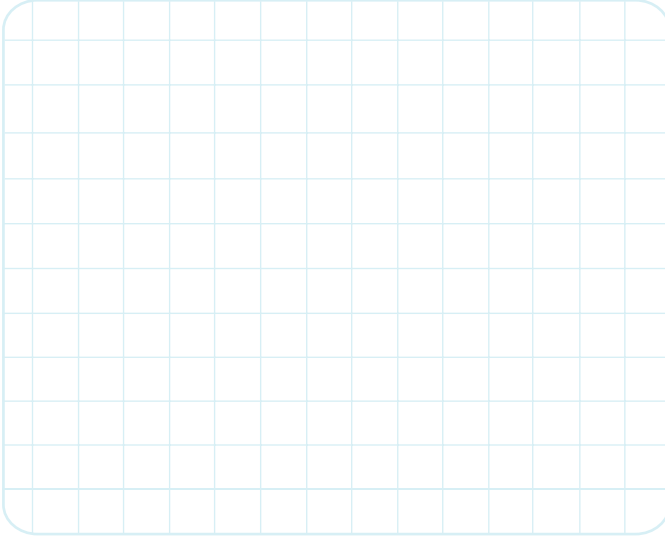


4. Aşağıda verilen ikinci dereceden fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

•  $y = x^2 + 4x + 4$



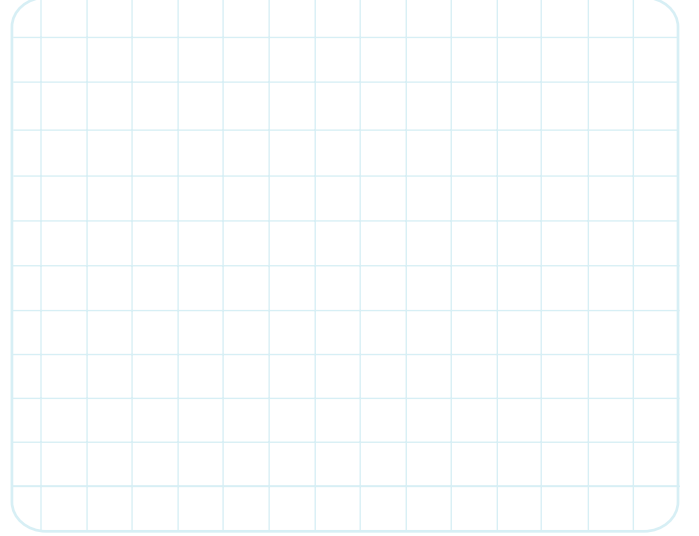
•  $y = \log_3(2x-4)$



5.  $f : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , x < 0 \\ 1 - x^2 & , x > 0 \end{cases}$$

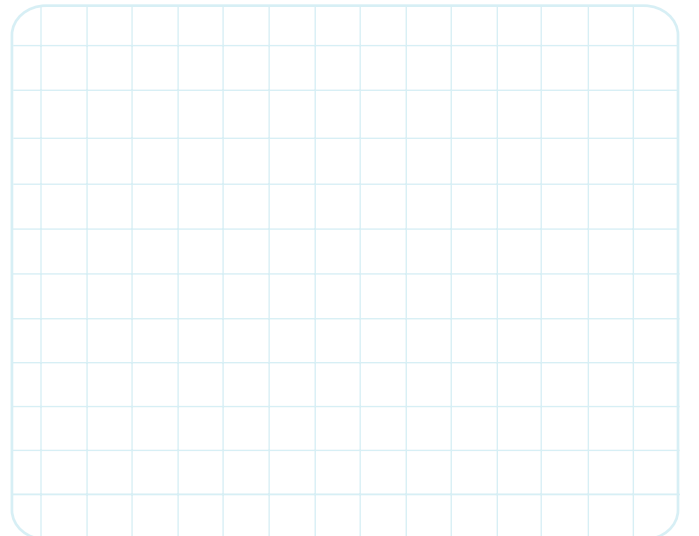
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



6..  $x > 0$  olmak üzere,

$$\frac{|x| + \|x\|}{|3x|}$$

ifadesinin eşitini bulunuz.



Mutlak Değer Fonksiyonu ve Grafiği

$$|f(x)| = \begin{cases} \dots\dots\dots, & f(x) < 0 \text{ ise} \\ \dots\dots\dots, & f(x) \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan parçalı f fonksiyonuna mutlak değer fonksiyonu denir.

- Fonksiyonun kritik noktaları .....
- Mutlak değer fonksiyonu ..... noktalara göre parçalanır.



**Dikkat**

Verilen mutlak değerli fonksiyon parçalı biçimde tanımlanarak grafiği çizilir.



**Çöz Öğren**

$$y = |x - 3|$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



**Notlarım**



**Çöz Öğren**

$$y = |x^2 - x|$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



**Çöz Öğren**

$$y = x \cdot |x|$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



**Çöz Öğren**

$$y = \frac{|x|}{x} \quad (x \neq 0)$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

**Dikkat**

$y = |f(x)|$  şeklindeki fonksiyonların grafiklerinde,  $y$  negatif değer alamayacağından grafiğin herhangi bir parçası  $x$  ekseninin altında kalmaz. Bu tip fonksiyonların grafiğini kolay yoldan çizmek için,  $y = f(x)$  in grafiği çizilir.  $x$  ekseninin altında kalan parçasının  $x$  eksenine göre simetriği alınır.

**Çöz Öğren**

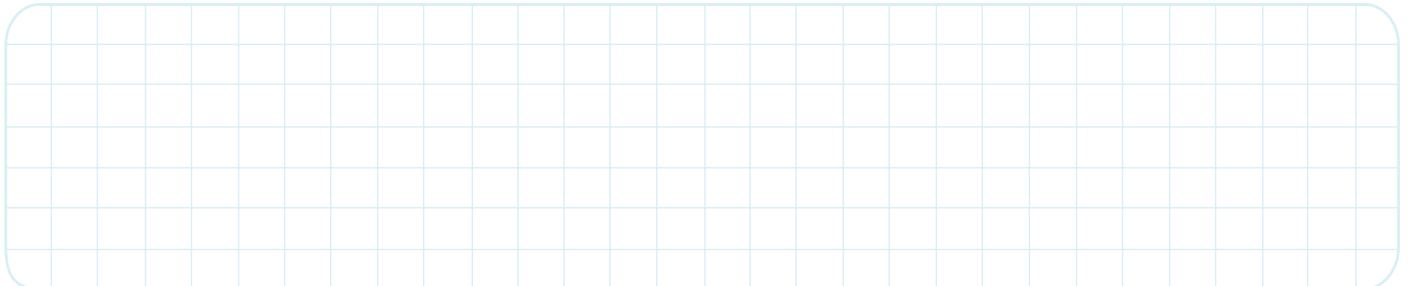
$$y = |\ln x|$$

bağıntısının grafiğini çiziniz.

**Çöz Öğren**

$$y = x^2 - |x| - 6$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

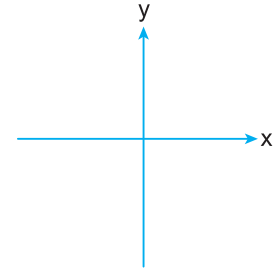
**Notlarım****Çöz Öğren**

$$y = \frac{|x-1|}{x-1}$$

bağıntısının grafiğini çiziniz.

**Dikkat**

$|x| + |y| = a$  bağıntısının grafiği

**Çöz Öğren**

$$|x| + |y| = 5$$

bağıntısının grafiğini çiziniz.





Çöz Öğren

$$|x| + |y| = 4$$

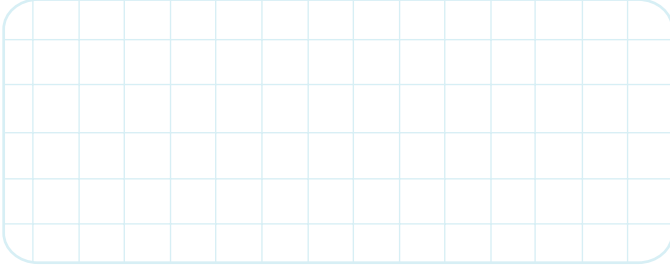
bağıntısının grafiği ile sınırlanan bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?



Çöz Öğren

$$|y| - |x| = 2$$

bağıntısının grafiğini çiziniz.



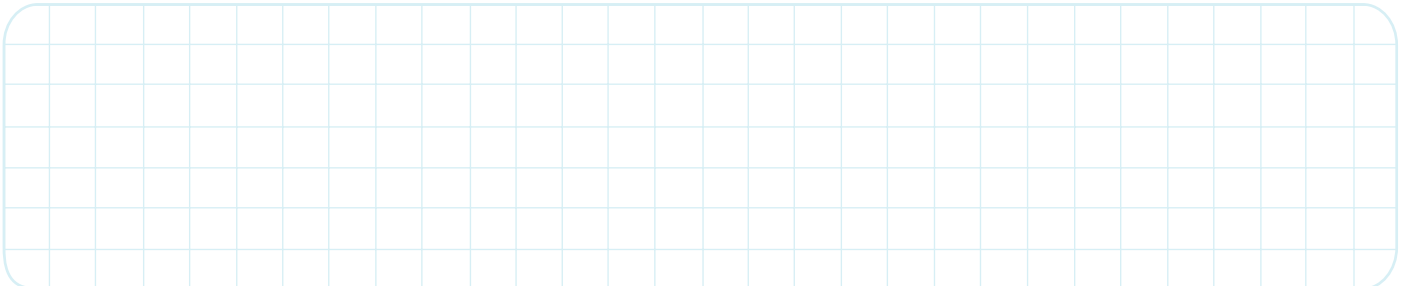
Çöz Öğren

$$y = |x + 2| - 2$$

grafiğinin x eksenini ile sınırladığı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?



Notlarım



### Mutlak Değerli Denklemler ve Eşitsizlikler

1.

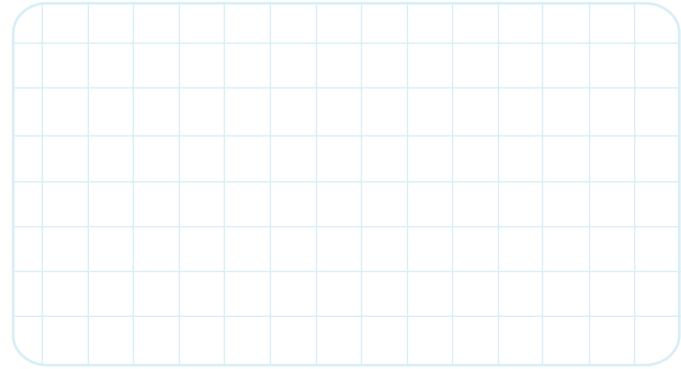
$$|f(x)| = a \quad a \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$



Çöz Öğren

$$|x + 2| = 5$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.



Çöz Öğren

$$||3x - 4| - 2| = 3$$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımını bulunuz.





## Çöz Öğren

$$|\log_3(x - 1)| = 2$$

denkleminin kökler çarpımını bulunuz.

2.

$$|f(x)| > a \quad (a \in \mathbb{R}^+)$$



## Çöz Öğren

$$|x - 2| > 4$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.



## Notlarım



## Çöz Öğren

$$|3x - 1| > 5$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

3.

$$|f(x)| < a \quad (a \in \mathbb{R}^+)$$



## Çöz Öğren

$$|x - 2| \leq 3$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.







Çöz Öğren

$$3\sqrt{x^2 + 4x + 4} + 5\sqrt{1 - 2x + x^2} = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

6.  $|f(x)| = |g(x)|$  denkleminin çözüm kümesi için,

$$f(x) = g(x) \quad \text{ve} \quad f(x) = -g(x)$$

denklemleri çözülür.



Çöz Öğren

$$|x + 2| = 2 \cdot |x - 3|$$

denklemini sağlayan x değerler toplamını bulunuz.



Notlarım



Çöz Öğren

$$|2x - 1| = |2x + 3|$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

7.  $|f(x)| = g(x)$  denkleminin çözüm kümesi bulunurken,



$$f(x) = \dots \quad \text{ve} \quad f(x) = \dots$$

denklemleri çözülür.  $g(x) \geq 0$  şartını sağlayan elemanlar çözüm kümesini oluşturur.



Çöz Öğren

$$|x + 2| = -2x + 4$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.



Çöz Öğren

$$x \cdot |x - 2| = 3$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.



Çöz Öğren

$$|x| = 24 - 2x$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.



Çöz Öğren

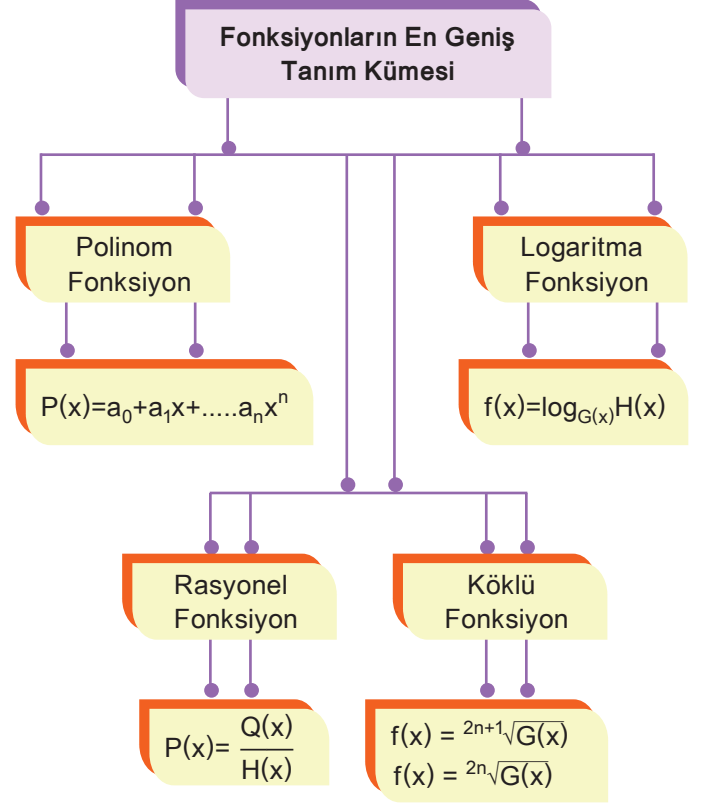
x bir reel sayı olmak üzere,

$$|x + 2| + |2x + 1|$$

toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?



Notlarım



Çöz Öğren

$$f(x) = 2x^3 - x^2 + 4x + 5$$

fonksiyonunun **en geniş** tanım kümesini bulunuz.



Çöz Öğren

$$f(x) = \frac{x+4}{x-2}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.



Çöz Öğren

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 7x + 12}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.



Çöz Öğren

$$f(x) = \frac{x^2 + 5}{|x+1| - 2}$$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığını bulunuz.



Notlarım



Çöz Öğren

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-3}}$$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığını bulunuz.



Çöz Öğren

$$f(x) = \sqrt[5]{x^2 - x}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.





Çöz Öğren

$$f(x) = \sqrt{3 - |x + 1|}$$

fonksiyonunun tanım aralığını bulunuz.



Çöz Öğren

$$f(x) = \log_4(2 - x)$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.



Notlarım



Çöz Öğren

$$f(x) = \log_x(10x - x^2)$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.



Çöz Öğren

$$f(x) = \log_x(x^2 - 3x - 28)$$

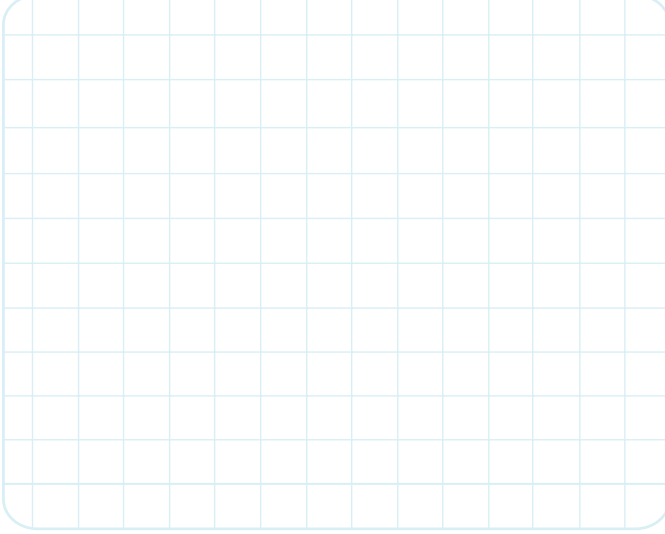
fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.



## Ne Kadar Öğrendim?

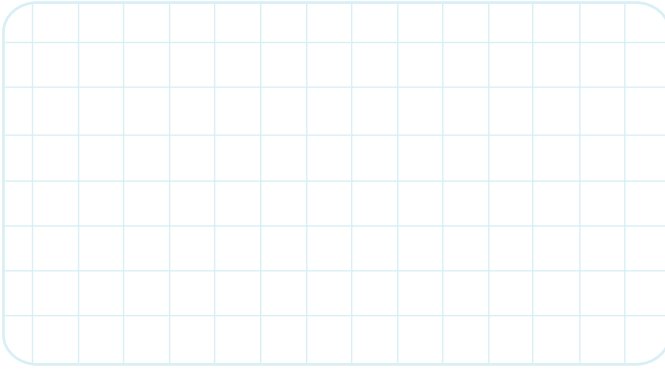
1.  $y = |x - 1| + |x + 2|$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



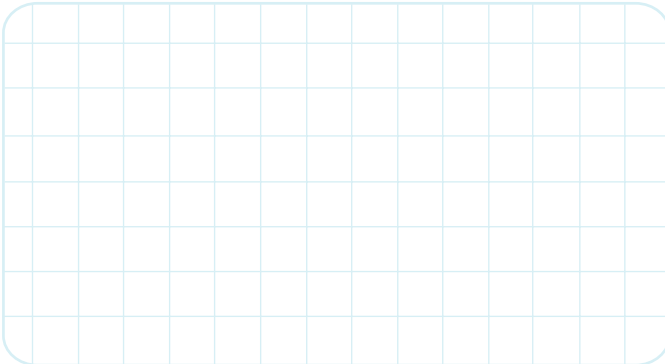
2.  $f(x) = ||2x - 1| - 1|$

fonksiyonunun grafiğinin  $y = 5$  doğrusuyla kesiştiği noktaların apsiser toplamını bulunuz.



3.  $f(x) = |\tan x| - 3 \cdot |\cot x|$

olduğuna göre,  $f\left(\frac{3\pi}{4}\right)$  değerini bulunuz.



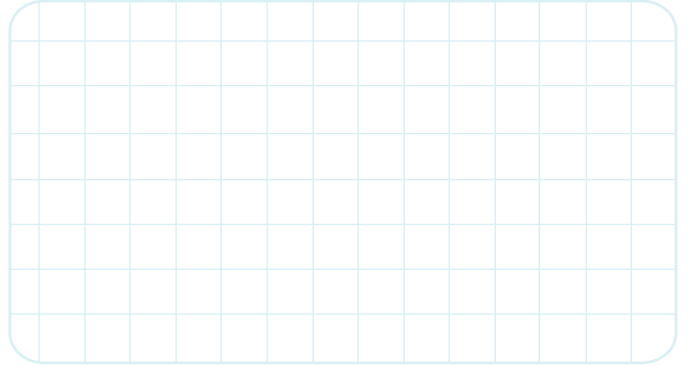
4.  $f(x) = |4 - |3x|| - 5$

fonksiyonunun grafiğinin x eksenini kestiği noktalar arasındaki uzaklık kaç birimdir?



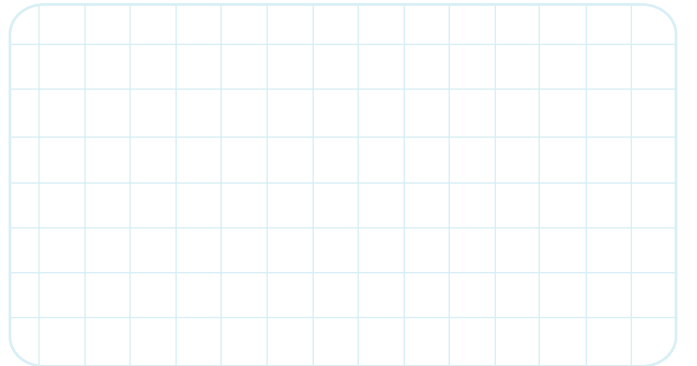
5.  $|x^2 - 3x + 2| + |x^2 - 1| = 0$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.



6.  $f(x) = \frac{6}{x^2 - mx + 4}$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığı reel sayılar kümesi olduğuna göre, m nin alabileceği değerler kümesini bulunuz.





Ünite Özetim

Fonksiyon

Tanım:

Boş kümeden farklı A ve B kümeleri için A'nın her elemanını B'nin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen f bağlantısına A dan B ye fonksiyon denir.

$f : A \rightarrow B$  veya  $x \rightarrow y = f(x)$  biçiminde gösterilir.

A kümesine fonksiyonun tanım kümesi, B kümesine fonksiyonun değer kümesi denir.

A kümesindeki elemanların B deki görüntülerinden oluşan  $f(A)$  kümesine fonksiyonun görüntü kümesi denir.



Dikkat

Grafiği verilen bir bağıntının fonksiyon olup olmadığını anlamak için tanım kümesindeki x değerleri için y eksenine paralel doğrular çizilir. Bu doğrular grafiği yalnız bir noktada kesiyorsa verilen bağıntı bir fonksiyondur.

Bir Fonksiyonun Grafiği

$f : A \rightarrow B$ ,  $f(x) = y$  fonksiyonu verildiğinde,  
 $f = \{(x, y) : y = f(x), x \in A, y \in B\}$   
 kümesine düzlemde karşılık gelen noktaların oluşturduğu şekile f fonksiyonunun grafiği denir.

$f(x) = ax + b$  Fonksiyonunun Grafiği

$y = ax + b$  doğrusunun grafiğini çizmek için doğrunun geçtiği herhangi iki nokta bulunur. Eksenleri kestiği noktaları bulmak tercih edilir.

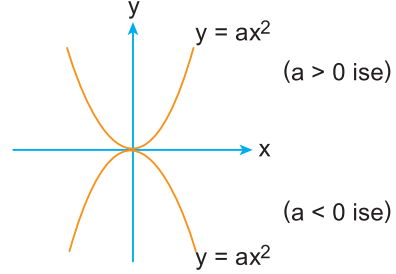
$f(x) = ax^2 + bx + c$  Fonksiyonunun Grafiği

$f(x) = ax^2 + bx + c$  fonksiyonunun tepe noktası  $T(r, f(r))$  olmak üzere,  $r = -\frac{b}{2a}$  dir.

$a > 0$  ise grafiğin kolları yukarı doğrudur.  
 $a < 0$  ise grafiğin kolları aşağı doğrudur.  
 Grafiğin varsa kesim noktaları bulunurken  $x = 0$  için  $y$ ,  $y = 0$  için  $x$  değerleri bulunur.

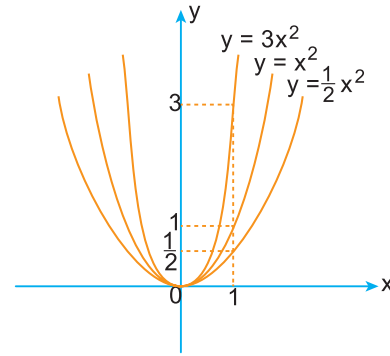
Parabol grafikleri

$y = ax^2$  parabolünün tepe noktası  $T(0, 0)$  olup grafiği aşağıdaki gibidir.

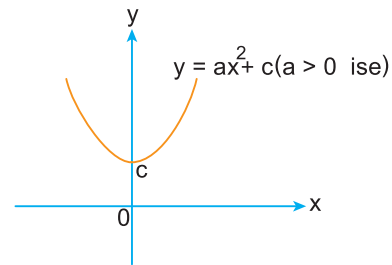


Dikkat

$x^2$  nin kat sayısı büyüdükçe grafiğin y eksenine yaklaşır.



$y = ax^2 + c$  parabolünün tepe noktası  $T(0, c)$  noktası olup grafiği aşağıdaki gibidir.

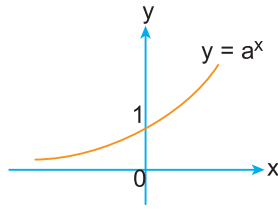


Dikkat

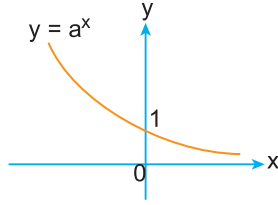
$y = a(x - r)^2 + k$  parabolünün tepe noktası  $T(r, k)$  dir.

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ ,  $f(x) = a^x$  Fonksiyonunun Grafiği

$a > 1$  için  $f(x) = a^x$  üstel fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir.

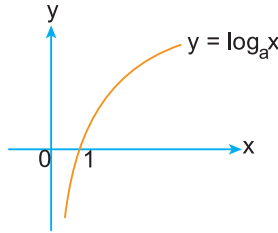


$0 < a < 1$  için  $f(x) = a^x$  üstel fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir.

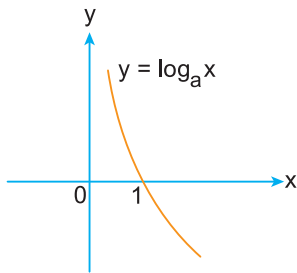


### $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = \log_a x$ Fonksiyonunun Grafiği

$a > 1$  için  $f(x) = \log_a x$  fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir.

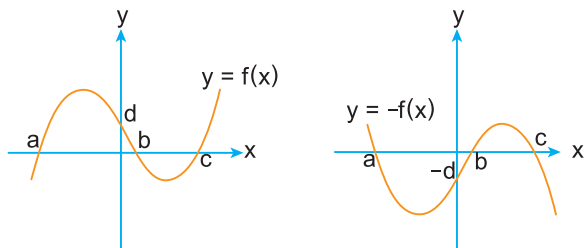


$0 < a < 1$  için  $f(x) = \log_a x$  fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir.

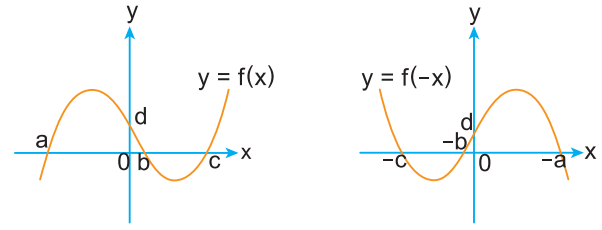


### Özel Durumlar

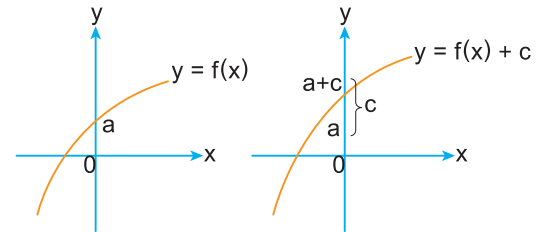
1)  $y = f(x)$  ile  $y = -f(x)$  fonksiyonlarının grafikleri x eksenine göre simetriklerdir.



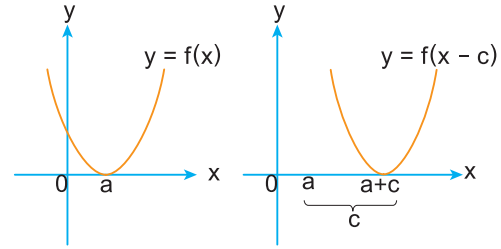
2)  $y = f(x)$  ile  $y = f(-x)$  fonksiyonlarının grafikleri y eksenine göre simetriklerdir.



3)  $y = f(x) + c$  nin grafiği,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin y eksenini boyunca c kadar ötelenmiştir.



4)  $y = f(x - c)$  nin grafiği,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin x eksenini boyunca c kadar ötelenmiştir.



### Bire Bir Fonksiyon

$f : A \rightarrow B$  fonksiyonu için A kümesinin farklı elemanlarının B deki görüntüleri farklı ise f fonksiyonuna bire bir fonksiyon denir.

Yani  $\forall x_1, x_2 \in A$  için  $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$  ya da  $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$  oluyorsa f fonksiyonu bire bir fonksiyondur.



### Dikkat

x eksenine paralel doğrular çizildiğinde, doğruların her biri grafiği en çok bir noktada kesiyorsa fonksiyon bire birdir.

### Örten Fonksiyon

$f : A \rightarrow B$  fonksiyonu için  $f(A) = B$  ise yani görüntü kümesi değer kümesine eşit ise  $f$  fonksiyonu örten fonksiyondur.



#### Dikkat

Grafiği verilen bir fonksiyonun örten olup olmadığı araştırılırken değer kümesinin her  $y$  elemanı için  $x$  eksenine paralel doğru çizdiğimizde bu doğru grafiği en az bir noktada kesiyorsa fonksiyon örtendir.

### İçine Fonksiyon

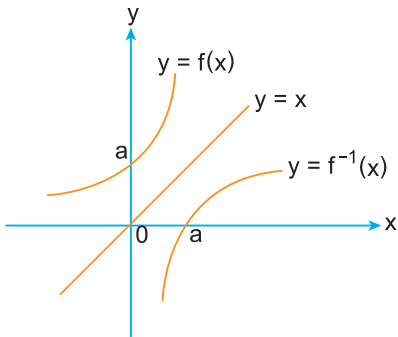
Örten olmayan fonksiyona içine fonksiyon denir.

### Birim Fonksiyon

$f : A \rightarrow B$  fonksiyonunda  $f(x) = x$  ise  $f$  fonksiyonuna birim fonksiyon denir. Başka bir ifadeyle tanım kümesindeki her elemanın görüntüsü kendisine eşittir. Birim fonksiyon  $I(x) = x$  biçiminde de gösterilir.

### Ters Fonksiyon

$f$  fonksiyonu  $A$  dan  $B$  ye tanımlanmış bire bir ve örten fonksiyon olmak üzere,  $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$  koşulunu sağlayan  $f^{-1}$  fonksiyonuna  $f$  fonksiyonunun tersi denir.  $f$  ile  $f^{-1}$  fonksiyonlarının grafikleri  $y = x$  doğrusuna göre simetrik.

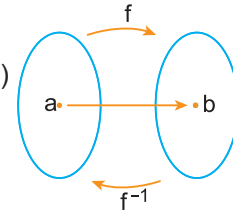


$$1) f(x) = ax + b \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a} \text{ dir.}$$

$$2) f(x) = \frac{ax + b}{c} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{cx - b}{a}$$

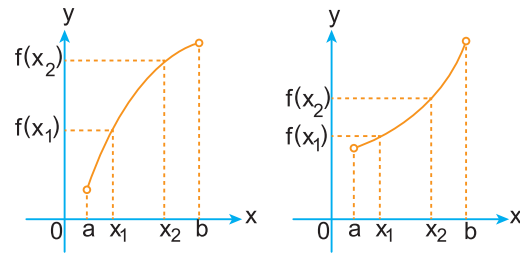
$$3) f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a} \text{ dir.}$$

$$4) f(a) = b \Rightarrow a = f^{-1}(b)$$

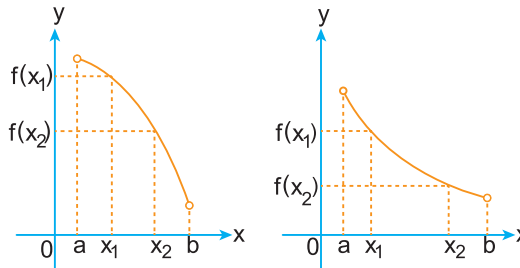


### Artan Azalan Fonksiyonlar

$f : A \rightarrow B$  fonksiyonu için;  
 $x_1 < x_2$  için  $f(x_1) < f(x_2)$  ise  $f$  fonksiyonu artan fonksiyondur.



$x_1 < x_2$  için  $f(x_1) > f(x_2)$  ise  $f$  fonksiyonu azalan fonksiyondur.



$x_1 < x_2$  için  $f(x_1) = f(x_2)$  ise  $f$  fonksiyonu sabit fonksiyondur.

1)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + b$  için  
 $a > 0$  ise  $f$  artan  
 $a < 0$  ise  $f$  azalandır.

2)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax^2 + bx + c$  için parabolün tepe noktası  $x = r$  olmak üzere,  
 $a > 0$  iken  
 $(-\infty, r)$  aralığında  $f$  azalan  
 $(r, \infty)$  aralığında  $f$  artandır.

$a < 0$  iken  
 $(-\infty, r)$  aralığında  $f$  artan  
 $(r, \infty)$  aralığında  $f$  azalandır.

3)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ ,  $f(x) = a^x$  için  
 $a > 1$  ise  $f$  artan  
 $0 < a < 1$  ise  $f$  azalandır.

4)  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \log_a x$  için  
 $a > 1$  ise  $f$  artan  
 $0 < a < 1$  ise  $f$  azalandır.

5)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = c$  fonksiyonu sabit fonksiyondur.

### Tek ve Çift Fonksiyonlar

$f : A \rightarrow B$ ,  $y = f(x)$  fonksiyonunda  
 $\forall x \in A$  için  $f(-x) = -f(x)$  ise  $f$  fonksiyonu tek fonksiyondur.  
 $\forall x \in A$  için  $f(-x) = f(x)$  ise  $f$  fonksiyonu çift fonksiyondur.



#### Dikkat

Tek fonksiyonların grafikleri orijine göre simetrikdir.



#### Dikkat

Çift fonksiyonların grafikleri y eksenine göre simetrikdir.

### Bir Fonksiyonun En Geniş Tanım Kümesi

1)  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$  biçimindeki polinom fonksiyonların en geniş tanım kümeleri:  $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$

2)  $f(x)$  ve  $g(x)$  birer polinom olmak üzere,  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  fonksiyonunun en geniş tanım kümesi:  $\mathbb{R} - \{x : g(x) = 0\}$  dir.

3)  $n \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere,  $y = \sqrt[n]{f(x)}$  fonksiyonunun en geniş tanım kümesi:  $f(x) \geq 0$  koşulunu sağlayan noktalar kümesidir.

4)  $y = \log_{f(x)} g(x)$  fonksiyonunun en geniş tanım kümesi:  $f(x) > 0$ ,  $g(x) > 0$ ,  $f(x) \neq 1$  koşullarını sağlayan noktalar kümesidir.

### Parçalı Fonksiyon

Tanım kümesinin alt aralıklarında farklı birer fonksiyon olarak tanımlanan fonksiyona parçalı fonksiyon denir.

### Mutlak Değer Fonksiyonu

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & , f(x) > 0 \\ 0 & , f(x) = 0 \\ -f(x) & , f(x) < 0 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanan  $y = |f(x)|$  fonksiyonuna mutlak değer fonksiyonu denir.  $f(x) = 0$  eşitliğini sağlayan  $x$  değerleri fonksiyonun kritik noktalarıdır.

### Mutlak Değerin Özellikleri

1)  $|-x| = |x|$

2)  $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$

3)  $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$ , ( $y \neq 0$ )

4)  $|x^n| = |x|^n$

5)  $|x + y| \leq |x| + |y|$

6)  $|x - y| \geq |x| - |y|$

7)  $|x| = a \Rightarrow x = a \quad \vee \quad x = -a$ , ( $a \in \mathbb{R}^+$ )

8)  $|x| < a \Rightarrow -a < x < a$ , ( $a \in \mathbb{R}^+$ )

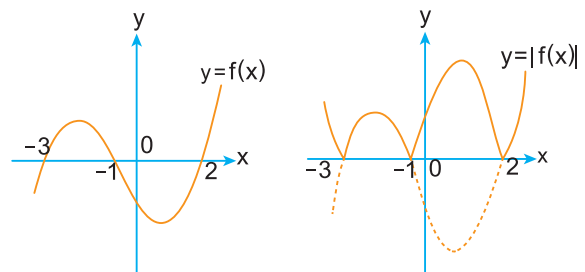
9)  $|x| \geq a \Rightarrow x \geq a \quad \vee \quad x \leq -a$ , ( $a \in \mathbb{R}^+$ )

10)  $a < |x| < b \Rightarrow a < x < b \quad \vee \quad -b < x < -a$  ( $a, b \in \mathbb{R}^+$ )

### Mutlak Değer Fonksiyonunun Grafiği

#### $y = |f(x)|$ Fonksiyonunun Grafiği

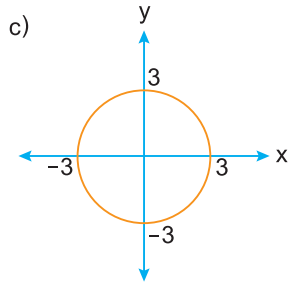
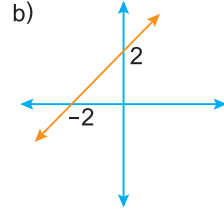
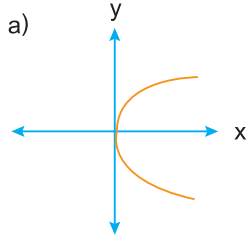
$y = |f(x)|$  in grafiği çizilirken önce  $y = f(x)$  in grafiği çizilir. Bu grafiğin y ekseninin negatif bölgesine taşan kısmının x eksenine göre simetriği alınır.





Ünite Değerlendirme

1. Aşağıda grafikleri verilen bağıntıların kaç tanesi R den R ye bir fonksiyondur?



2.  $f\left(\frac{x}{2}\right) = x - 2 \cdot f\left(\frac{2}{x}\right)$

olduğuna göre,  $f(2)$  değerini bulunuz.

3.  $f(n) = \frac{n}{3} f(n+1)$

$f(5) = \frac{9}{16}$

olduğuna göre,  $f(2)$  değeri kaçtır?

4.  $f(x) = 3x - 9$

olduğuna göre,  $f^{-1}(18)$  değerini bulunuz.

5.  $f(2x + 3) = 7x - 5$

$f^{-1}(2) = m + 1$

olduğuna göre,  $m$  değerini bulunuz.

6. Aşağıda verilen fonksiyonların terslerini bulunuz.

a)  $f(x) = \frac{x}{2}$

b)  $f(x) = 5x$

7. Aşağıda verilen fonksiyonların terslerini bulunuz.

a)  $f(x) = \frac{5x}{3+x}$

b)  $f(x) = \frac{2+3x}{4x-1}$

8.  $f(x+1) = 3^x - 1$   
 $g(x) = 2x$  fonksiyonları için,

- a)  $(g \circ f)(3)$  değerini bulunuz.  
 b)  $(f \circ g^{-1})(8)$  değerini bulunuz.

9.  $|x| + |y| = 3$

bağıntısının grafiğini çiziniz.

10.  $(f^{-1} \circ h)(x) = \frac{x+1}{2x+1}$   
 $(g \circ h)(x) = \frac{2}{x}$

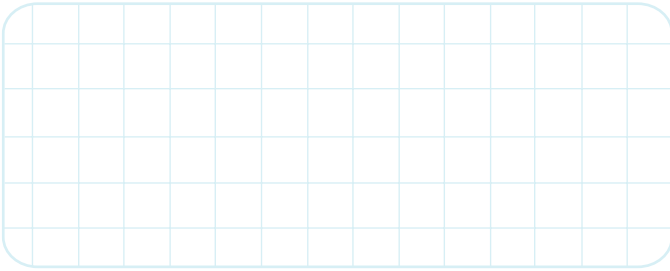
olduğuna göre,  $(g \circ f)^{-1}(2)$  değerini bulunuz.

11. Aşağıda verilen fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

a)  $y = x + 1$



b)  $y = -5 + x$



c)  $y = -x + 3$



12.  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tanımlı bir fonksiyondur

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & , x < -2 \\ 3x - b & , -2 \leq x < 5 \\ \frac{x+1}{x-3} & , x \geq 5 \end{cases}$$

$$f(-3) + f(0) + f(7) = a - b$$

olduğuna göre,  $a$  değerini bulunuz.



13. 
$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & , x > 0 \\ \frac{1}{2} & , x = 0 \\ x^2 - 1 & , x < 0 \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



14.  $f(x) = |\pi - x| - |e - x|$

olduğuna göre,  $f(1 - \pi) + f(e + 1)$  toplamını bulunuz.



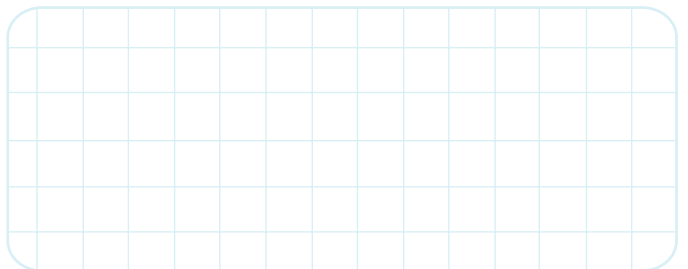
15.  $|x^2 - 9| = 2 \cdot |x - 3|$

denklemini sağlayan  $x$  değerler toplamını bulunuz.



16. 
$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{\sqrt{|x| - 2}}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.







Notlarım

A large grid area for taking notes, consisting of a 20x20 grid of small squares.

A large empty rectangular box for additional notes or calculations.





Notlarım

A large grid area for taking notes, consisting of a 20x20 grid of small squares.

A large empty rectangular box for additional notes or a drawing.